Lösungsvorschlag zu Grundaufgaben zur ln-Funktion

Nr | **BE**

3.1 $f(x) = \frac{1}{\ln x}$, D_f: $x > 0 \wedge \ln x \neq 0 \iff x > 0 \wedge x \neq 1$, $D_f = \mathbb{R}^+ \setminus \{1\}$, keine NSt.

$$\lim_{\substack{x\to 0\\ x>0}} \frac{1}{\ln x} = „\frac{1}{-\infty}“ = -0 \; , \qquad \lim_{x\to\infty} \frac{1}{\ln x} = „\frac{1}{+\infty}“ = +0 \implies y = 0 \text{ hor. Asymptote von } G_f$$

$$\lim_{\substack{x\to 1\\ x \gtrless 1}} \frac{1}{\ln x} = „\frac{1}{\pm 0}“ = \pm\infty \implies x = 1 \text{ vert. Asymptote von } G_f$$

3.2 $f'(x) = \frac{-1}{x \cdot (\ln x)^2}$

$$f''(x) = \frac{+\left((\ln x)^2 + x \cdot 2(\ln x) \cdot \frac{1}{x}\right)}{x^2 \cdot (\ln x)^4} = \frac{\ln x \cdot (\ln(x) + 2)}{x^2 \cdot (\ln x)^4} = \frac{\ln(x) + 2}{x^2 \cdot (\ln x)^3}$$

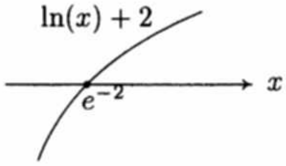
3.3 **Monotonie:** $f'(x) \neq 0$: $\implies$ keine Extrema vorhanden, da keine Randpunkte existieren

$x > 0$, $(\ln x)^2 > 0$ für alle $x \in D_f \implies f'(x) < 0$ in D_f

f str. mon. abnehmend in $]0;1[$ sowie in $]1;\infty[$

3.4 **Krümmung:** $f''(x) = 0$: $\ln(x) = -2 \iff x = e^{-2} = \frac{1}{e^2} \approx 0{,}14$, $f(e^{-2}) = \frac{1}{\ln(e^{-2})} = -\frac{1}{2}$

D_f:	0	e^{-2}	1 x
$\ln(x)+2$:	−	+	+
x^2:	+	+	+
$(\ln x)^3$:	−	−	+
$f''(x)$:	+	−	+
	WP		



G_f linksgekrümmt in $]0;e^{-2}]$ sowie in $]1;\infty[$ und rechtsgekrümmt in $[e^{-2};1[$

$\implies W(e^{-2}|-\frac{1}{2})$ Wendepunkt

3.5